

Вариант 1

Часть 1

1. Укажите угол, который образует с углом KLM пару односторонних углов.

- 1) LKB ; 2) NMF ; 3) NKA ; 4) LMN .

2. Укажите угол, который образует с углом KLM пару накрест лежащих углов.

- 1) LKB ; 2) NMF ; 3) NKA ; 4) LMN .

3. Укажите угол, который образует с углом KLM пару соответственных углов.

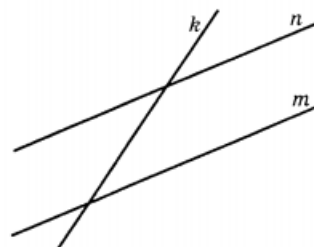
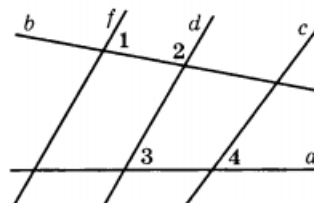
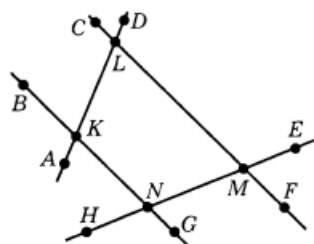
- 1) LKB ; 2) NMF ; 3) NKA ; 4) LMN .

4. Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 \neq \angle 4$. Определите, какие из трех прямых c , d , f параллельны.

- 1) $c \parallel d \nparallel f$; 2) $c \nparallel d \parallel f$; 3) $c \parallel f \nparallel d$; 4) $c \parallel d \parallel f$.

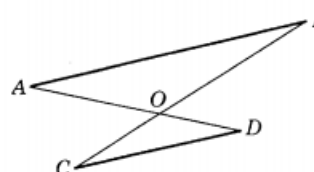
5. Две параллельные прямые n и m пересечены секущей k . Определите взаимное расположение биссектрис накрест лежащих углов.

- 1) Биссектрисы перпендикулярны;
2) биссектрисы пересекаются, но не перпендикулярны;
3) биссектрисы параллельны;
4) такая ситуация невозможна.

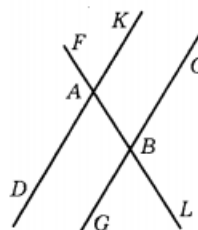


Часть 2

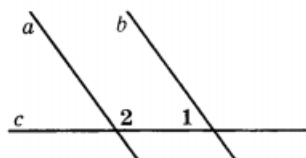
6. Отрезки AD и BC пересекаются в точке O и расположены так, что прямые AB и CD параллельны. Известно, что $\angle OAB = 32^\circ$, $\angle OBA = 28^\circ$. Найдите угол OCD .



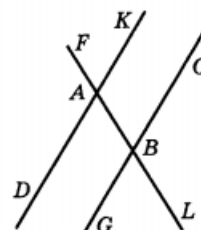
7. Прямые DK и GC параллельны, прямая FL — секущая. Найдите градусную меру угла DAF , если угол GBL равен 64° .



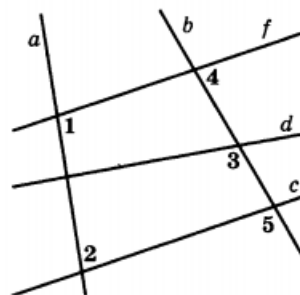
8. Параллельные прямые a и b пересечены секущей c . Найдите угол 1, если он в три раза меньше угла 2.



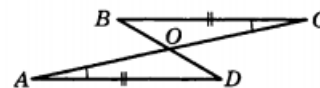
9. Прямые DK и GC параллельны, прямая FL — секущая. Найдите градусную меру угла CBA , если сумма углов GBA и KAB равна 236° .



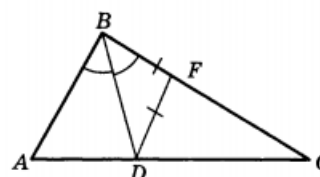
10. Дано: $\angle 1 = 108^\circ$, $\angle 2 = 72^\circ$, $\angle 5 = 83^\circ$. Найдите $\angle 4$.



11. Прямые AC и BD пересекаются в точке O . В треугольниках BOC и AOD : $BC = AD$, $\angle BCO = \angle OAD$. Найдите BO , если $BD = 6$ см и $AC = 9$ см.



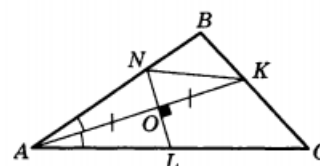
12. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD , которая пересекает сторону AC в точке D . Из точки D проведена прямая DF , которая пересекает сторону BC в точке F так, что $BF = FD$. Найдите $\angle BDF$, если $\angle ABC = 84^\circ$.



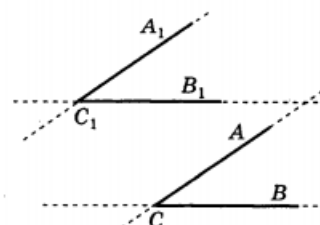
Часть 3

13. При пересечении двух прямых a и b третьей прямой c образуются восемь углов. Четыре из них равны 80° , другие четыре — 100° . Следует ли отсюда, что прямые a и b параллельны?

14. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает сторону BC в точке K . Через середину отрезка AK — точку O проведена перпендикулярная к нему прямая NL . Определите взаимное расположение прямых AC и NK .



15. На рисунке стороны AC и BC угла ACB параллельны сторонам A_1C_1 и B_1C_1 угла $A_1C_1B_1$. Докажите, что углы ACB и $A_1C_1B_1$ равны.



Вариант 2

Часть 1

1. Укажите угол, который образует с углом NML пару односторонних углов.

- 1) KNH ; 2) NMF ; 3) KNM ; 4) GNM .

2. Укажите угол, который образует с углом NML пару накрест лежащих углов.

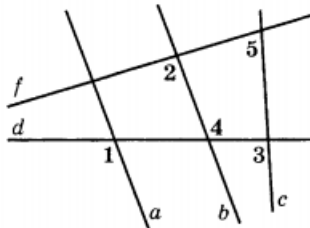
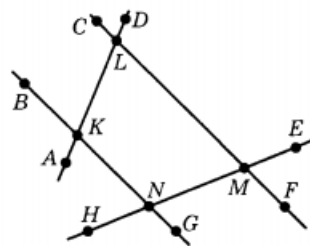
- 1) DLM ; 2) NMF ; 3) HNK ; 4) HNG .

3. Укажите угол, который образует с углом NML пару соответственных углов.

- 1) DLM ; 2) NMF ; 3) HNK ; 4) HNG .

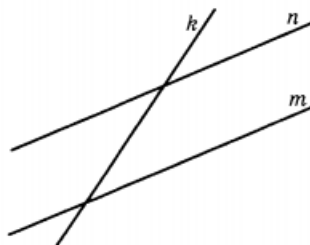
4. Дано $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 1 \neq \angle 3$. Определите, какие из трех прямых a , b и c параллельны.

- 1) $c \parallel b \nparallel a$; 2) $c \nparallel b \parallel a$; 3) $c \parallel a \nparallel b$; 4. $c \parallel b \parallel a$.



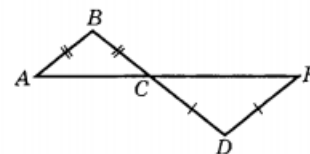
5. Две параллельные прямые n и m пересечены секущей k . Определите взаимное расположение биссектрис соответственных углов.

- 1) Биссектрисы перпендикулярны;
2) биссектрисы пересекаются, но не перпендикулярны;
3) биссектрисы параллельны;
4) такая ситуация невозможна.

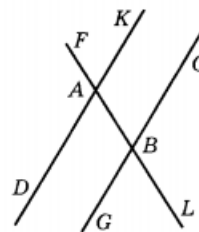


Часть 2

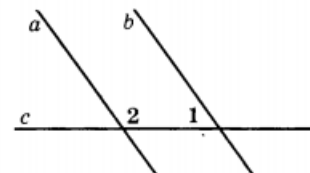
6. Треугольники ABC и FDC равнобедренные. $\angle ABC = 108^\circ$, $\angle BAC = 36^\circ$. Найдите угол FDC .



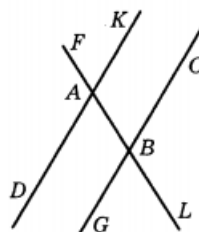
7. Прямые DK и GC параллельны, прямая FL — секущая. Найдите градусную меру угла DAB , если угол CBL равен 116° .



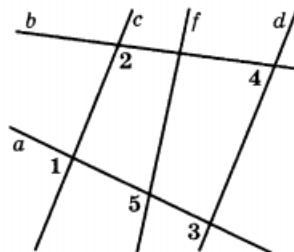
8. Параллельные прямые a и b пересечены секущей c . Найдите $\angle 2$, если градусные меры углов 2 и 1 относятся, как 3 : 2.



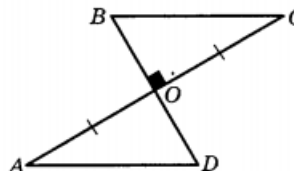
9. Прямые DK и GC параллельны, прямая FL — секущая. Найдите градусную меру угла GBA , если разность углов BAK и CBA равна 36° .



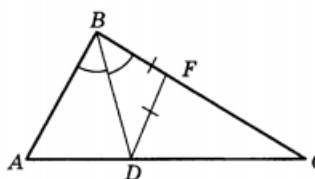
10. Дано: $\angle 2 = \angle 4 = 90^\circ$, $\angle 1 = 97^\circ$. Найдите $\angle 3$.



11. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O и перпендикулярны. Известно, что отрезки CO и OA равны, а отрезки AD и BC лежат на параллельных прямых. Найдите отрезок BD , если отрезок $OD = 4$ см, а $AO = 6$ см.



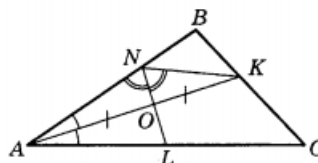
12. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD , которая пересекает сторону AC в точке D . Из точки D проведена прямая DF , которая пересекает сторону BC в точке F так, что $BF = FD$. Найдите $\angle ABC$, если $\angle BDF = 39^\circ$.



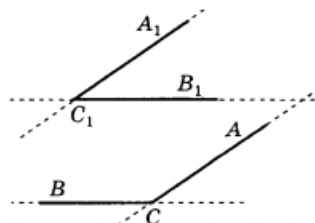
Часть 3

13. При пересечении двух прямых m и n третьей прямой k образуются восемь углов. Четыре из них равны 70° , другие четыре — 110° . Следует ли отсюда, что прямые m и n параллельны?

14. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает сторону BC в точке K . Через середину отрезка AK — точку O проведена прямая NL , которая делит угол ANK пополам. Определите взаимное расположение прямых AC и NK .



15. Стороны AC и BC угла ACB параллельны сторонам A_1C_1 и B_1C_1 угла $A_1C_1B_1$. Докажите, что сумма углов ACB и $A_1C_1B_1$ равна 180° .



Ответы и решения.

Вариант 1

Часть 1

1. Ответ: 4.

2. Ответ: 1.

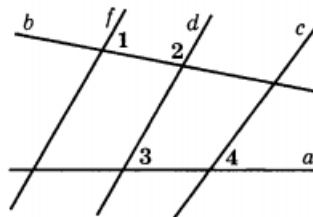
3. Ответ: 3.

Решение. Следует из определения для задачи 1 односторонних углов;
2 накрест лежащих углов;
3 соответственных углов.

4. Ответ: 2.

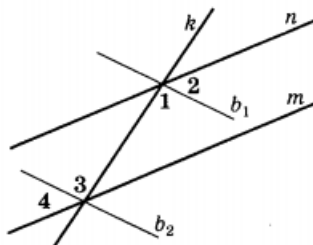
Решение. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ являются односторонними при прямых f и d и секущей b и $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Следовательно, прямые f и d параллельны.

Углы $\angle 3$ и $\angle 4$ являются соответственными при прямых d и c и секущей a , но они не равны друг другу. Следовательно, прямые d и c не параллельны. Поскольку прямые f и d параллельны, а прямые d и c не параллельны, то прямые c и f не параллельны.



5. Ответ: 3.

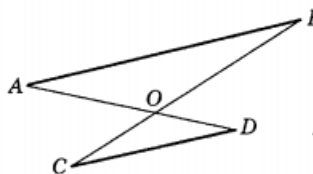
Решение. Прямые b_1 и b_2 — биссектрисы накрест лежащих углов при параллельных прямых n и m и секущей k . $\angle 1 = \angle 2$, так как прямая b_1 является биссектрисой $\angle(nk)$; $\angle 3 = \angle 4$, так как прямая b_2 является биссектрисой $\angle(mk)$. Углы 1 и 3 являются накрест лежащими углами при прямых b_1 и b_2 и секущей k и они равны, так как равны углы, биссектрисами которых прямые b_1 и b_2 являются. Следовательно, прямые b_1 и b_2 параллельны.



Часть 2

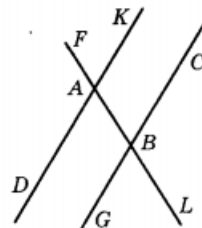
6. Ответ: 28.

Решение. Углы ABC и BCD являются накрест лежащими при параллельных прямых AB и CD и секущей BC и, следовательно, они равны. Отсюда $\angle OCD = 28^\circ$.



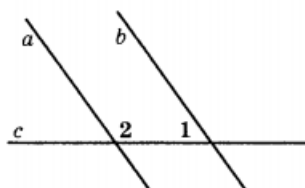
7. Ответ: 116.

Решение. Углы ABG и GBL являются смежными и по теореме о смежных углах $\angle ABG = 180^\circ - \angle GBL = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$. Углы DAF и ABG являются соответственными при параллельных прямых DK и GC и секущей FL , и, следовательно, они равны. Отсюда $\angle DAF = 116^\circ$.



8. Ответ: 45.

Решение. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ являются односторонними при параллельных прямых a и b и секущей c , и, следовательно, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, по условию $\angle 2 = 3\angle 1$. Отсюда $\angle 1 + 3\angle 1 = 180^\circ$, $4\angle 1 = 180^\circ$, $\angle 1 = 45^\circ$.



9. Ответ: 62.

Решение. Углы GBA и KAB являются накрест лежащими при параллельных прямых DK и GC и секущей FL и, следовательно, они равны. По условию $\angle GBA + \angle KAB = 236^\circ$, $2\angle GBA = 236^\circ$, $\angle GBA = 118^\circ$. Углы ABG и CBA являются смежными и по теореме о смежных углах $\angle CBA = 180^\circ - \angle ABG = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$.

10. Ответ: 97.

Решение. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ являются односторонними при параллельных прямых f и c и секущей a , и так как $\angle 1 + \angle 2 = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$, следовательно, прямые f и c — параллельны.

Введем дополнительное обозначение на рисунке $\angle 6$. Углы $\angle 6$ и $\angle 5$ смежные, $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$. Углы $\angle 4$ и $\angle 6$ являются соответственными при параллельных прямых f и c и секущей b и $\angle 4 = \angle 6 = 97^\circ$.

11. Ответ: 3.

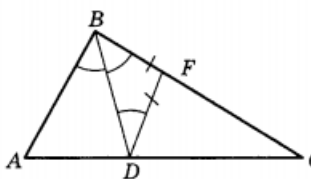
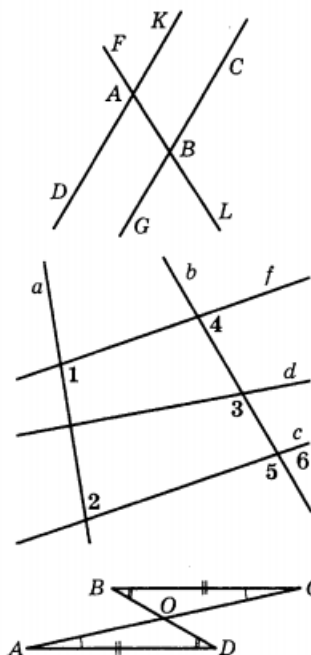
Решение. Углы BCO и OAD являются накрест лежащими при прямых BC и AD и секущей AC и по условию $\angle BCO = \angle OAD$, следовательно, прямые BC и AD — параллельны.

Углы CBO и ODA являются накрест лежащими при параллельных прямых BC и AD и секущей BD , следовательно, $\angle CBO = \angle ODA$.

В треугольниках BOC и AOD : $BC = AD$, $\angle BCO = \angle OAD$ по условию, $\angle CBO = \angle ODA$ по доказанному. Значит, $\triangle BOC = \triangle AOD$. В равных треугольниках BOC и AOD против равных углов $\angle BCO = \angle OAD$ лежат равные стороны $BO = OD$. Значит, точка O делит отрезок BD пополам, т. е. $BO = 3$ см.

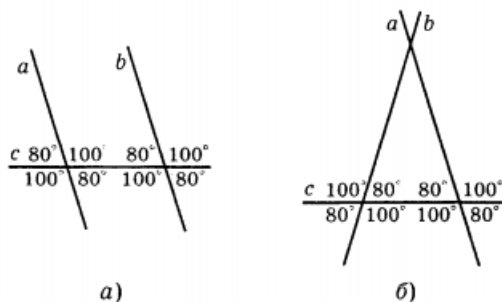
12. Ответ: 42.

Решение. В треугольнике BDF по условию $BF = DF$; следовательно, по свойству углов равнобедренного треугольника $\angle BDF = \angle FBD$. Так как отрезок BD — биссектриса $\angle ABC$, то $\angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 42^\circ$. Значит, $\angle BDF = \angle DBC = 42^\circ$.



Часть 3

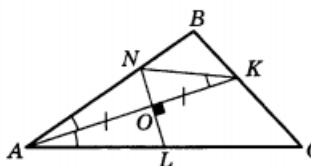
13. **Решение.** Нет, не следует. Прямые a и b могут быть параллельными (рис. а), а могут образовывать равнобедренный треугольник, боковые стороны которого лежат на прямых a и b , а основание лежит на прямой c (рис. б).



14. **Решение.** В треугольнике ANK отрезок NO является высотой, так как прямая NL перпендикулярна отрезку AK , и медианой, так как прямая NL проходит через середину отрезка AK . Значит, треугольник ANK — равнобедренный. По свойству углов равнобедренного треугольника $\angle NAK = \angle NKA$.

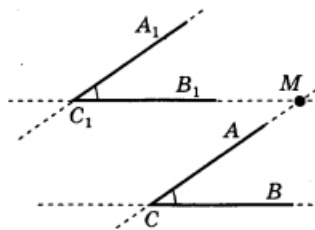
Так как AK — биссектриса угла BAC , то $\angle NAK = \angle KAC$. Отсюда $\angle KAC = \angle NKA$.

Углы KAC и NKA равны и являются внутренними накрест лежащими при прямых NK и AC и секущей AK , следовательно, прямые NK и AC параллельны.



15. Доказательство. Пусть прямые C_1B_1 и AC пересекаются в точке M . Прямые C_1B_1 и CB параллельны и прямые A_1C_1 и AC тоже параллельны по условию. Углы $\angle MCB$ и $\angle CMC_1$ являются накрест лежащими при параллельных прямых C_1B_1 и CB и секущей MC , значит, они равны. Углы $\angle CMC_1$ и $\angle MC_1A_1$ являются накрест лежащими при параллельных прямых A_1C_1 и AC и секущей MC_1 , значит, они равны.

Следовательно, $\angle MCB = \angle MC_1A_1$.



Вариант 2

Часть 1

1. Ответ: 3.

2. Ответ: 1.

3. Ответ: 4.

Решение. Следует из определения углов, образованных при пересечении двух прямых третьей для задачи 1 односторонних углов;

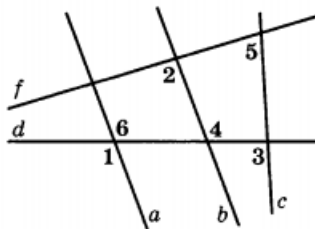
2 накрест лежащих углов;

3 соответственных углов.

4. Ответ: 2.

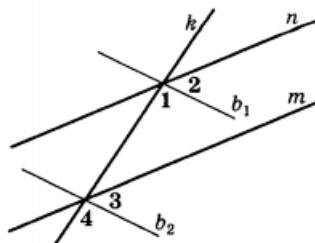
Решение. Введем дополнительное обозначение на рисунке $\angle 6$. Угол $\angle 6$ составляет с $\angle 1$ пару вертикальных углов и по теореме вертикальных углов $\angle 6 = \angle 1$. Углы 6 и 4 являются соответственными при прямых a и b и секущей d и $\angle 6 = \angle 1 = \angle 4$. Следовательно, прямые a и b параллельны.

Углы $\angle 3$ и $\angle 6$ являются накрест лежащими при прямых b и c и секущей d и $\angle 1 \neq \angle 3$, значит, и $\angle 6 \neq \angle 3$. Следовательно, прямые a и c не параллельны.



5. Ответ: 3.

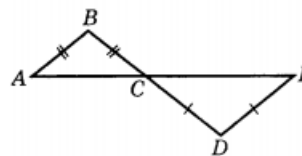
Решение. Прямые b_1 и b_2 — биссектрисы соответственных углов при параллельных прямых n и m и секущей k . $\angle 1 = \angle 2$, так как прямая b_1 является биссектрисой $\angle(nk)$; $\angle 3 = \angle 4$, так как прямая b_2 является биссектрисой $\angle(mk)$. Углы 1 и 4 являются соответственными углами при прямых b_1 и b_2 и секущей k и они равны, так как равны углы, биссектрисами которых прямые b_1 и b_2 являются. Следовательно, прямые b_1 и b_2 параллельны.



Часть 2

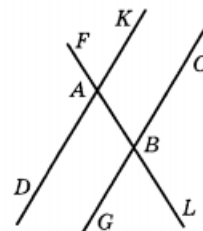
6. Ответ: 108.

Решение. $\angle BAC = \angle BCA$ и $\angle FCD = \angle DFC$, как углы при основании равнобедренного треугольника. $\angle BCA = \angle FCD$, как вертикальные, значит, $\angle BAC = \angle DFC$, при этом эти углы являются накрест лежащими при прямых AB и DF и секущей AF . Следовательно, прямые AB и DF параллельны. $\angle ABC$ и $\angle FDC$ являются накрест лежащими при параллельных прямых AB и DF и секущей BD , значит, $\angle FDC = 108^\circ$.



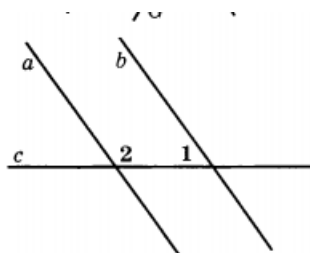
7. Ответ: 116.

Решение. Углы ABG и CBL являются вертикальными и по теореме о вертикальных углах $\angle ABG = \angle CBL = 116^\circ$. Углы DAF и ABG являются соответственными при параллельных прямых DK и GC и секущей FL , и, следовательно, они равны. Отсюда, $\angle DAF = \angle ABG = 116^\circ$.



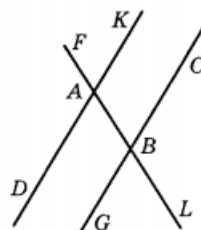
8. Ответ: 108.

Решение. Углы $\angle 1$ и $\angle 2$ являются односторонними при параллельных прямых a и b и секущей c , и, следовательно, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, по условию $\angle 2 : \angle 1 = 3 : 2$, отсюда $\angle 2 = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ$.



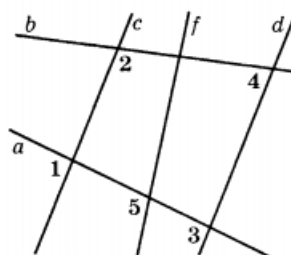
9. Ответ: 108.

Решение. Углы $\angle BAK$ и $\angle CBA$ являются односторонними при параллельных прямых DK и GC и секущей FL и, следовательно, $\angle BAK + \angle CBA = 180^\circ$. По условию $\angle KAB - \angle CBA = 36^\circ$, $\angle KAB = \angle CBA + 36^\circ$, $\angle CBA + 36^\circ + \angle CBA = 180^\circ$, $2\angle CBA = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$, $\angle CBA = 72^\circ$. Углы $\angle ABG$ и $\angle CBA$ являются смежными и по теореме о смежных углах $\angle GBA = 180^\circ - \angle CBA = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.



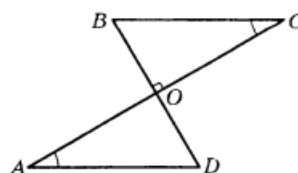
10. Ответ: 97.

Решение. Углы $\angle 2$ и $\angle 4$ являются односторонними при параллельных прямых c и d и секущей b , и так как $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, следовательно, прямые c и d — параллельны. Углы $\angle 1$ и $\angle 3$ являются соответственными при параллельных прямых c и d и секущей a , значит, $\angle 1 = \angle 3 = 97^\circ$.



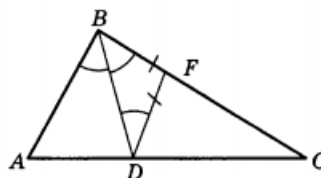
11. Ответ: 8.

Решение. В прямоугольных треугольниках BOC и AOD : $OC = AO$ по условию, $\angle BCO = \angle OAD$, как накрест лежащие при прямых BC и AD и секущей AC . Значит, $\triangle BOC = \triangle AOD$. В равных треугольниках BOC и AOD против равных углов $\angle BCO = \angle OAD$ лежат равные стороны $BO = OD$. Значит, точка O делит отрезок BD пополам и $BD = 8$ см.



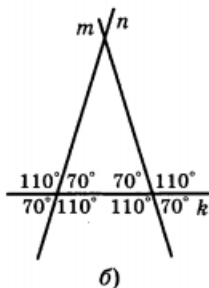
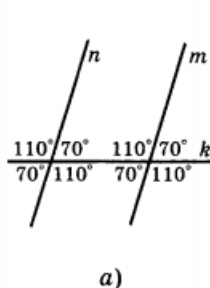
12. Ответ: 78.

Решение. В треугольнике BDF по условию $BF = DF$; следовательно, по свойству углов равнобедренного треугольника $\angle BDF = \angle FBD = 39^\circ$. Так как отрезок BD — биссектриса $\angle ABC$, то $\angle ABC = 2\angle FBD = 78^\circ$.



Часть 3

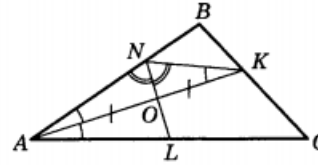
13. **Решение.** Нет, не следует. Прямые m и n могут быть параллельными (рис. а), а могут образовывать равнобедренный треугольник, боковые стороны которого лежат на прямых m и n , а основание лежит на прямой k (рис. б).



14. Решение. В треугольнике ANK отрезок NO является биссектрисой, так как прямая NL делит угол ANK пополам, и медианой, так как прямая NL проходит через середину отрезка AK . Значит, треугольник ANK — равнобедренный. По свойству углов равнобедренного треугольника $\angle NAK = \angle NKA$.

Так как AK — биссектриса угла BAC , то $\angle NAK = \angle KAC$. Отсюда $\angle KAC = \angle KAN$.

Углы KAC и NKA равны и являются внутренними накрест лежащими при прямых NK и AC и секущей AK , следовательно, прямые NK и AC параллельны.



15. Доказательство. Пусть прямые C_1B_1 и AC пересекаются в точке M . Прямые C_1B_1 и CB параллельны и прямые A_1C_1 и AC тоже параллельны по условию. Углы $\angle MCB$ и $\angle CMC_1$ являются односторонними при параллельных прямых C_1B_1 и CB и секущей MC , значит, $\angle MCB + \angle CMC_1 = 180^\circ$. Углы $\angle CMC_1$ и $\angle MC_1A_1$ являются накрест лежащими при параллельных прямых A_1C_1 и AC и секущей MC_1 , значит, они равны. Следовательно, $\angle MCB + \angle MC_1A_1 = 180^\circ$.

