Вариант 1

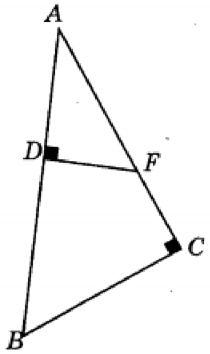
Часть 1

1. Среди приведенных ниже троек чисел определите тройку чисел, пропорциональных числам 1, 4 и 5.

1. 2, 4, 5;
2. 2, 8, 10;
3. 1, 4, 10;
4. 2, 8, 5.

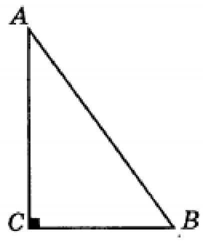
2. Прямоугольные треугольники ABC и FDA подобны. Определите, какая из записей пропорциональности всех пар сходственных сторон является верной.

1. $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{AF}{CB}$;
2. $\frac{AF}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{CB}$;
3. $\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CB}$;
4. $\frac{AF}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{DF}$.



3. Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle C$ — прямой). В ответах выберите и подчеркните верное определение косинуса острого угла B.

1. $\cos B = \frac{CB}{AC}$;
2. $\cos B = \frac{CB}{AB}$;
3. $\cos B = \frac{AC}{AB}$;
4. определить невозможно.

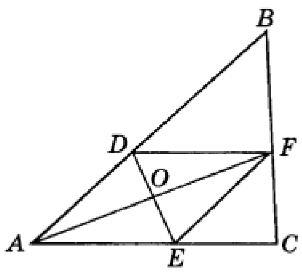


4. Определите, вершинами какого четырехугольника являются середины сторон ромба, отличного от квадрата.

1. Параллелограмма, отличного от прямоугольника и ромба;
2. прямоугольника, отличного от квадрата;
3. ромба, отличного от квадрата;
4. квадрата.

5. В треугольник ABC вписан ромб $ADFE$ так, что угол A у них общий, а противоположная ему вершина F лежит на стороне BC. Диагонали ромба равны 8 см и 6 см. Найдите отношение $BF : FC$, если $AB = 15$ см.

1. 2 : 3;
2. 1 : 3;
3. 2 : 1;
4. 1 : 2.



Часть 2

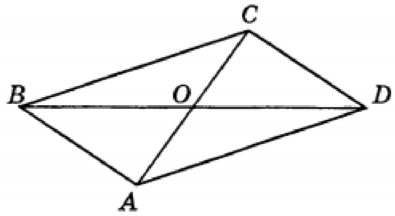
6. Треугольники ABC и FDG подобны. Площадь треугольника FDG составляет $\frac{4}{9}$ площади треугольника ABC. Найдите коэффициент подобия этих треугольников.

____

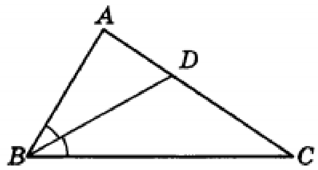
7. Треугольники ABC и FDG подобны и их сходственные стороны относятся, как 5 : 3. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника FDG равен 18 см.

____

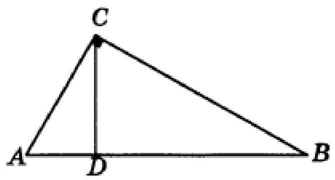
8. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна стороне CD. Найдите тупой угол между диагоналями, если диагонали AC и BD равны 6 см и $6\sqrt{2}$ см соответственно.



9. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Точка D делит сторону AC на отрезки AD и DC соответственно равные 3 см и 5 см. Найдите сторону AB, если сторона BC равна 10 см.



10. Высота CD прямоугольного треугольника ABC, проведенная из вершины прямого угла C, делит гипотенузу AB на отрезки AD и DB. Найдите высоту CD, если $AB = 26$ см, $AD = 8$ см.

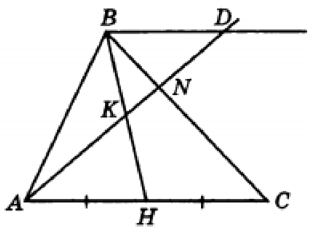


11. Диагональ квадрата равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон квадрата.

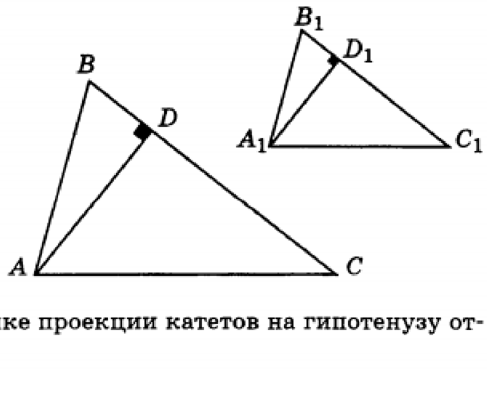
12. Диагональ AC ромба $ABCD$ равна 24 см. Середина стороны AB — точка K — соединена с вершиной D и пересекает диагональ AC в точке M. Найдите длину отрезка MC.

Часть 3

13. Через вершину B треугольника ABC проведена прямая BD, параллельная AC. Через точку N, лежащую на стороне BC, проведен луч AN, пересекающий эту прямую в точке D, а медиану BH в точке K. В каком отношении точка K делит медиану BH, если $BN : NC = 1 : 2$?



14. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны BC и B_1C_1 сходственные. Высота AD треугольника ABC относится к его стороне CB, как $2:3$. Найдите отношение стороны C_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ к его высоте A_1D_1.



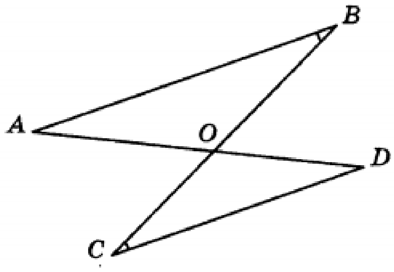
15. Докажите, что в прямоугольном треугольнике проекции катетов на гипотенузу относятся как квадраты катетов.

Вариант 2

Часть 1

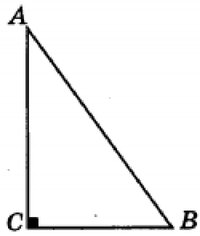
1. Среди приведенных ниже троек чисел определите тройку чисел, пропорциональных числам 2, 3 и 4.
1. 2, 3, 8;
2. 2, 6, 4;
3. 4, 6, 12;
4. 6, 9, 12.

2. Треугольники ABO и DCO подобны и $\angle OCD = \angle OAD$. Определите, какая из записей пропорциональности всех пар сходственных сторон является верной.



1. $\frac{CD}{AB} = \frac{CO}{BO} = \frac{DO}{AO}$;
2. $\frac{CO}{AB} = \frac{OD}{BO} = \frac{CD}{AO}$;
3. $\frac{OD}{AB} = \frac{CD}{BO} = \frac{CO}{AO}$;
4. $\frac{OD}{OC} = \frac{OB}{AO} = \frac{OD}{AB}$.

3. Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle C$ — прямой). В ответах выберите и подчеркните верное определение синуса острого угла A.



1. $\sin A = \frac{CB}{AC}$;

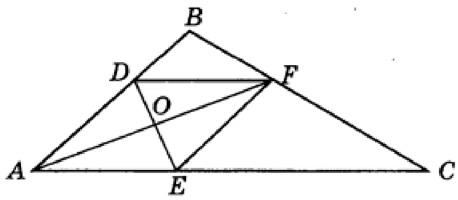
3. $\sin A = \frac{AC}{AB}$;

2. $\sin A = \frac{CB}{AB}$;

4. определить невозможно.

4. Определите, вершинами какого четырехугольника являются середины сторон прямоугольника.
1. Параллелограмма, отличного от прямоугольника и ромба;
2. прямоугольника, отличного от квадрата;
3. ромба, отличного от квадрата;
4. квадрата.

5. В треугольник ABC вписан ромб $ADFE$ так, что угол A у них общий, а противоположная ему вершина F лежит на стороне треугольника BC. Диагонали ромба равны 12 см и 16 см. Найдите отношение $BF : FC$, если $AB = 15$ см.



1. 2 : 3;
2. 1 : 2;
3. 2 : 1;
4. 3 : 2.

Часть 2

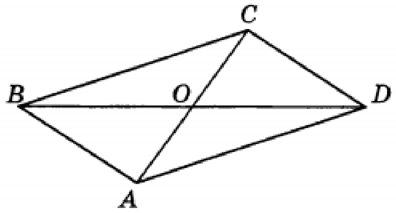
6. Треугольники ABC и FDG подобны. Площадь треугольника FDG составляет $\frac{1}{4}$ площади треугольника ABC. Найдите коэффициент подобия этих треугольников.

____

7. Треугольники ABC и FDG подобны и их сходственные стороны относятся, как 4 : 3. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника FDG равен 42 см.

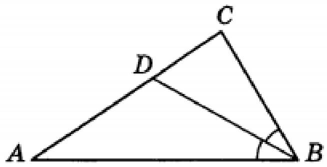
____

8. В параллелограмме $ABCD$, сторона CD которого равна $4\sqrt{3}$ см, диагональ AC перпендикулярна стороне CD. Найдите тупой угол между диагоналями, если диагональ AC равна 8 см.



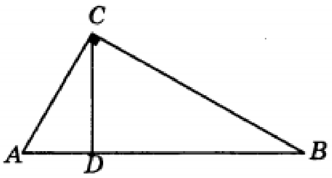
____

9. В треугольнике ABC со сторонами 10 см, 15 см и 17 см проведена биссектриса BD к большей стороне AC. Найдите меньший из отрезков, на которые точка D делит сторону AC.



____

10. Высота CD прямоугольного треугольника ABC, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу AB на отрезки AD и DB. Найдите катет AC, если $AB = 16$ см, $BD = 7$ см.



____

11. Диагональ равнобедренной трапеции равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон трапеции.

____

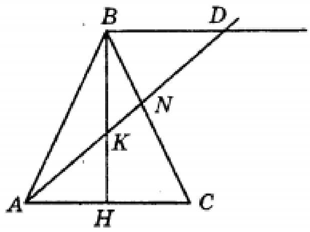
12. Диагональ BD прямоугольника $ABCD$ равна 24 см. Середина стороны AB — точка K — соединена с вершиной D и пересекает диагональ AC в точке M. Найдите длину отрезка AM.

____

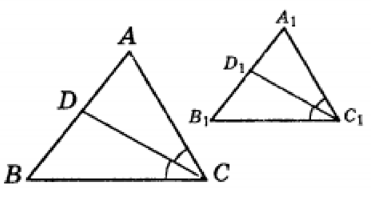
Часть 3

13. Докажите, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

14. Через вершину B равнобедренного треугольника ABC проведена прямая AD, параллельная основанию AC. Через точку K — середину высоты BH — проведен луч AK, пересекающий эту прямую в точке D, а сторону BC в точке N. В каком отношении точка N делит сторону BC?



15. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны AB и A_1B_1 сходственные. Биссектриса CD треугольника ABC относится к его стороне AB, как 2 : 3. Найдите отношение стороны A_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ к его биссектрисе C_1D_1.



Ответы и решения.

Вариант 1

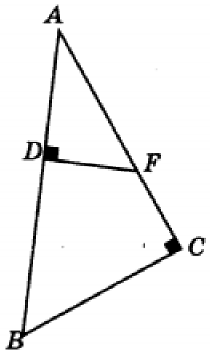
Часть 1

1. Ответ: 2.

Решение. Тройка чисел 2, 8, 10 пропорциональна числам 1, 4 и 5, так как $\frac{2}{1} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = 2$.

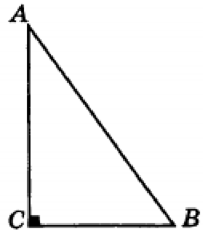
2. Ответ: 3.

Решение. Прямоугольные треугольники ABC и FDA подобны и при этом $\angle ACB = \angle ADF$, как прямые, $\angle CAB = \angle DAF$ — общий, $\angle ABC = \angle AFD$ по теореме о сумме углов треугольника. Значит, стороны AF и AB, AD и AC, DF и CB составляют пары сходственных сторон и они пропорциональны. Следовательно, $\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CB}$.



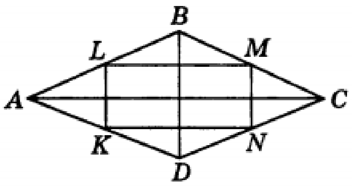
3. Ответ: 2.

Решение. Косинусом острого угла B прямоугольного треугольника ABC является отношение прилежащего катета CB к гипотенузе AB: $\cos B = \frac{CB}{AB}$.



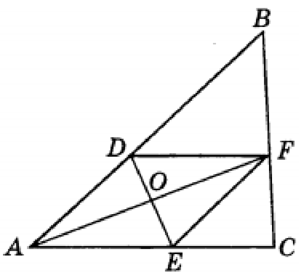
4. Ответ: 2.

Решение. Стороны четырехугольника $KLMN$, вершинами какого являются середины сторон ромба $ABCD$, попарно параллельны его диагоналям по теореме о средней линии треугольника. Стороны KL и MN параллельны его диагонали BD, а стороны LM и KN параллельны диагонали AC. Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. Так как диагонали AC и BD ромба перпендикулярны, то углы параллелограмма прямые, т. е. параллелограмм $KLMN$ — прямоугольник. Ромб $ABCD$ отличен от квадрата, значит, его диагонали AC и BD не равны, поэтому не равны и соседние стороны KL и LM прямоугольника. Следовательно, прямоугольник $KLMN$ не является квадратом.



5. Ответ: 3.

Решение. Найдем сторону ромба $ADFE$. Так как диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения O делятся пополам, то треугольник AOD — прямоугольный и его стороны AO и OD соответственно равны 3 см и 4 см. Отсюда гипотенуза AD равна 5 см по теореме Пифагора. У ромба $ADFE$ противоположные стороны DF и AE параллельны. Значит, треугольники ABC и DBF подобны по первому признаку подобия треугольников. Сторона AB треугольника ABC равна 15 см, а отрезок AD равен 5 см, следовательно, отрезок BD равен 10 см. Из подобия треугольников следует: $\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FC}$; $\frac{BF}{FC} = \frac{10}{5} = 2$, то $BF : FC = 2 : 1$.



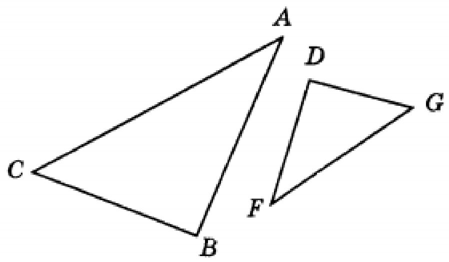
Часть 2

6. Ответ: $\frac{2}{3}$.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $\frac{S_{ABC}}{S_{FDG}} = k^2 = \frac{4}{9}$. Следовательно, $k = \frac{2}{3}$.

7. Ответ: 30.

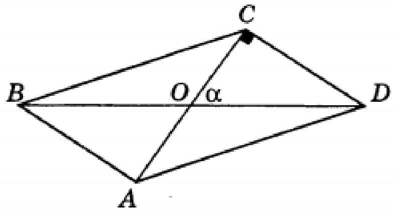
Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $AB = kFD$; $BC = kDG$; $AC = kFG$. Отсюда, $P_{ABC} = kP_{FDG}$. По условию $k = \frac{5}{3}$. Следовательно, $P_{ABC} = \frac{5}{3} \cdot 18 = 30$ (см).



8. Ответ: 135.

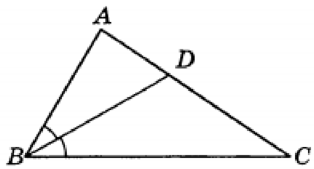
Решение. Так как диагональ AC перпендикулярна стороне CD, то треугольник OCD — прямоугольный, в котором катет OC равен 3 см, гипотенуза OD равна $3\sqrt{2}$ см. Обозначим угол COD буквой α; $\cos\alpha = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, $\angle COD = 45°$.

Значит, $\angle BOC = 135°$.



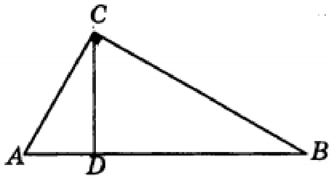
9. Ответ: 6.

Решение. Так как BD — биссектриса треугольника ABC, то по свойству биссектрисы треугольника $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$; $\frac{3}{AB} = \frac{5}{10}$, отсюда, $AB = \frac{30}{5} = 6$ (см).



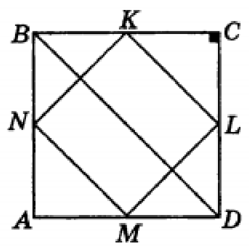
10. Ответ: 12.

Решение. По условию $AB = 26$ см, $AD = 8$ см, значит, $DB = 18$ см. Высота CD прямоугольного треугольника ABC по свойству высоты прямоугольного треугольника равна $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{18 \cdot 8} = 12$ (см).



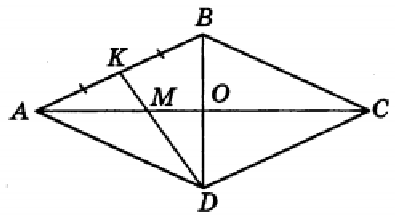
11. О т в е т: 52.

<ins>Решение</ins>. По условию диагональ квадрата $ABCD$ равна 26 см. В треугольнике BCD точки K и L — середины сторон BC и CD соответственно, следовательно, отрезок KL — средняя линия треугольника BCD и равна 13 см. Аналогично, отрезок NM — средняя линия треугольника ABD и равна 13 см. Значит, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. В квадрате диагонали равны, значит, в параллелограмме $KLMN$ все стороны равны, тогда четырехугольник $KLMN$ — ромб. В квадрате диагонали перпендикулярны, следовательно, углы ромба $KLMN$ — прямые. Значит, ромб $KLMN$ — квадрат; $P_{KLMN} = 4KL = 52$ (см).



12. О т в е т: 16.

<ins>Решение</ins>. В треугольнике ABD отрезки DK и AO — медианы, так как в первом случае $AK = KB$, а во втором точка O является точкой пересечения медиан ромба. Следовательно, точка M является точкой пересечения медиан DK и AO и делит отрезок AO в отношении 2 : 1, считая отрезок от вершины A. Отсюда отрезок $MO = \frac{1}{3}AO = \frac{1}{6}AC = 4$ (см); $MC = MO + OC = 4 + 12 = 16$ (см).

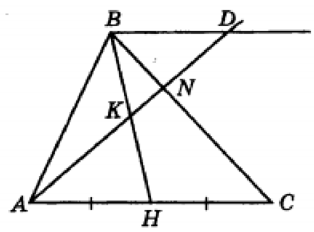


Часть 3

13. О т в е т: 1 : 1.

<ins>Решение</ins>. Углы DAC и ADB равны как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD и секущей AD. Углы ANC и DNB равны как вертикальные. Следовательно, треугольники ANC и DNB подобны по двум углам. Так как $BN : NC = 1 : 2$, то $BD = \frac{1}{2}AC$, т. е. $AH = BD$.

Углы AHB и DBH равны как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD и секущей BH. Треугольники KAH и KDB равны по стороне и прилежащим углам ($AH = BD$, $\angle AHB = \angle DBH$, $\angle DAC = \angle ADB$). Следовательно, $KH = KB$, значит, точка K делит медиану BH пополам.

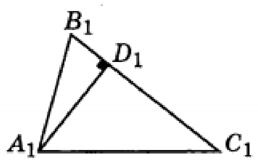


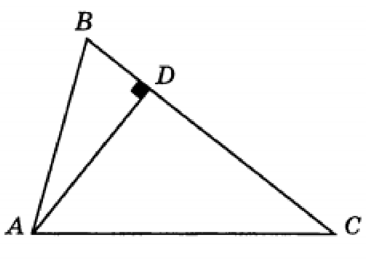
14. О т в е т: 3 : 2.

<ins>Решение</ins>. По условию треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны BC и B_1C_1 сходственные, значит, $\frac{BC}{B_1C_1} = k$; $BC = kB_1C_1$. Кроме того, $AD = \frac{2}{3}BC = \frac{2kB_1C_1}{3}$; $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD$; $S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}B_1C_1 \cdot A_1D_1$.

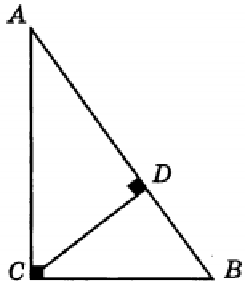
Отсюда, по теореме об отношении площадей подобных фигур $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$; $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BC \cdot AD}{B_1C_1 \cdot A_1D_1}$;

$k^2 = \frac{BC \cdot AD}{B_1C_1 \cdot A_1D_1} = \frac{kB_1C_1 \cdot 2kA_1D_1}{3B_1C_1 \cdot A_1D_1}$; $1 = \frac{2B_1C_1}{3A_1D_1}$; $\frac{3}{2} = \frac{B_1C_1}{A_1D_1}$. Таким образом, сторона C_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ относится к его высоте A_1D_1 как 3 : 2.





15. Решение. Треугольники BDC и ADC — прямоугольные, так как $CD \perp AB$. Обозначим $\angle A$ буквой α. Тогда, $AD = AC \cdot \cos\alpha$; $BD = BC\cos(90^\circ - \alpha)$; $\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{BC}{AB}$; получим: $AD = AC \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{AC^2}{AB}$; $BD = BC \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{BC^2}{AB}$; $\frac{BD}{AD} = \frac{BC^2}{AC^2}$.



Вариант 2

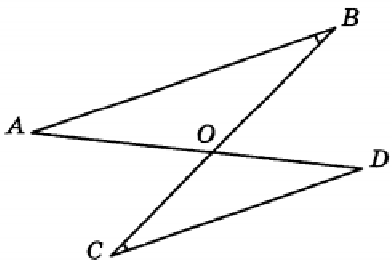
Часть 1

1. Ответ: 4.

Решение. Тройка чисел 6, 9, 12 пропорциональна числам 2, 3 и 4, так как $\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = 3$.

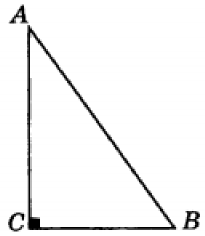
2. Ответ: 1.

Решение. Треугольники AOB и COD подобны и при этом $\angle OCD = \angle OAD$ по условию, $\angle AOB = \angle COD$ как вертикальные, $\angle BAO = \angle CDO$ по теореме о сумме углов треугольника. Значит, стороны AO и OD, BO и CO, AB и DC составляют пары сходственных сторон и они пропорциональны. Следовательно, $\frac{DO}{AO} = \frac{CO}{BO} = \frac{CD}{AB}$.



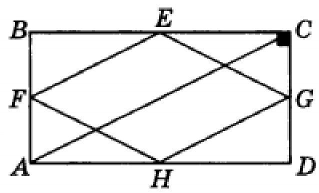
3. Ответ: 2.

Решение. Синусом острого угла A прямоугольного треугольника ABC является отношение противолежащего катета CB к гипотенузе AB: $\sin B = \frac{CB}{AB}$.

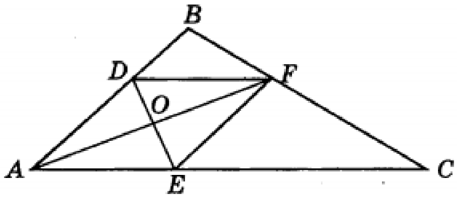


4. Ответ: 3.

Решение. Стороны четырехугольника $FEGH$, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника $ABCD$, равны. Стороны FE и HG параллельны его диагонали AC, а стороны EG и FH параллельны диагонали BD. Диагонали прямоугольника равны, следовательно, четырехугольник $FEGH$ — ромб. Но квадрат тоже ромб. Прямоугольные треугольники FBE, ECG, GDH и HAF равны по двум катетам. Так как у прямоугольника $ABCD$ соседние стороны не равны (для определенности $BC > AB$), то у этих треугольников острые углы не равны, причем углы BEF и CEG меньше углов EFB и EGC. Значит, $\angle BEF + \angle CEG < 90^\circ$ и $\angle EFB + \angle EGC < 90^\circ$. Тогда угол FEG равен разности развернутого угла с вершиной в точке E и углов BEF и CEG, т. е. $\angle FEG = 180^\circ - (\angle BEF + \angle CEG) > 180^\circ - 90^\circ > 90^\circ$. Аналогично доказывается, что $\angle EGH < 90^\circ$. Таким образом, доказано, что четырехугольник $FEGH$ имеет равные стороны и его углы не равны 90°, следовательно, четырехугольник $FEGH$ — ромб.



5. О т в е т: 2.



Решение. Найдем сторону ромба $ADFE$. Так как диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения O делятся пополам, то треугольник AOD — прямоугольный и его стороны AO и OD соответственно равны 6 см и 8 см. Отсюда гипотенуза AD равна 10 см по теореме Пифагора. У ромба $ADFE$ противоположные стороны DF и AE параллельны. Значит, треугольники ABC и DBF подобны по первому признаку подобия треугольников. Сторона AB треугольника ABC равна 15 см, а отрезок AD равен 10 см, следовательно, отрезок BD равен 5 см. Из подобия треугольников следует:

$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FC}$; $\frac{BD}{AD} = \frac{5}{10}$, тогда $BF : FC = 1 : 2$.

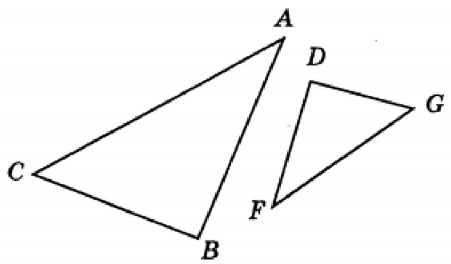
Часть 2

6. О т в е т: $\frac{1}{2}$.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $\frac{S_{ABC}}{S_{FDG}} = k^2 = \frac{1}{4}$. Следовательно, $k = \frac{1}{2}$.

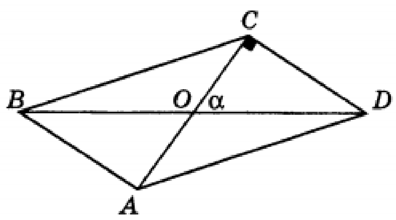
7. О т в е т: 30.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $AB = kFD$; $BC = kDG$; $AC = kFG$. Отсюда, $P_{ABC} = kP_{FDG}$. По условию $k = \frac{4}{3}$. Следовательно, $P_{ABC} = \frac{4}{3} \cdot 42 = 56$ (см).



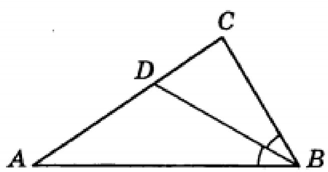
8. О т в е т: 120.

Решение. Так как диагональ AC перпендикулярна стороне CD, то треугольник OCD — прямоугольный, в котором катет OC равен 3 см, а катет CD равен $\sqrt{3}$ см. Обозначим угол COD буквой α, $\text{tg}\alpha = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$, следовательно, $\angle COD = 60$. Значит, $\angle BOC = 120°$.

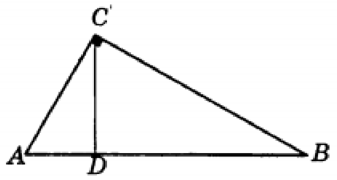


9. О т в е т: 6,8.

Решение. Обозначим меньший из отрезков CD буквой x, тогда $AD = 6 - x$. Так как BD — биссектриса треугольника ABC, то по свойству биссектрисы треугольника $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$; $\frac{17 - x}{15} = \frac{x}{10}$, отсюда, $x = 6{,}8$, $CD = 6{,}8$ (см).

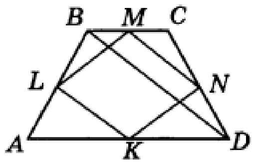


10. Ответ: 12.



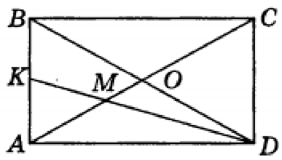
Решение. По условию $AB = 16$ см, $BD = 7$ см, значит, $AD = 9$ см. Катет AC прямоугольного треугольника ABC по свойству катета прямоугольного треугольника равен $AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{9 \cdot 16} = 12$ (см).

11. Ответ: 52.



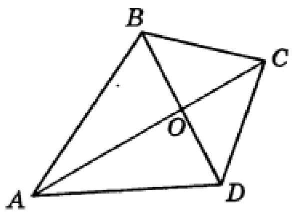
Решение. По условию диагональ трапеции $ABCD$ равна 26 см. В треугольнике BCD точки M и N — середины сторон BC и CD соответственно, следовательно, отрезок MN — средняя линия треугольника BCD и равна 13 см. Аналогично отрезок KL — средняя линия треугольника ABD и равна 13 см. Значит, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. В равнобедренной трапеции диагонали равны, следовательно, в параллелограмме $KLMN$ все стороны равны, значит, параллелограмм $KLMN$ — ромб; $P_{KLMN} = 4MN = 52$ (см).

12. Ответ: 8.



Решение. В треугольнике ABD отрезки DK и AO — медианы, так как в первом случае $AK = KB$; так как точка K — середина стороны AB, а во втором точка O является точкой пересечения медиан прямоугольника $ABCD$. Следовательно, точка M является точкой пересечения медиан DK и AO и делит отрезок AO в отношении $2 : 1$, считая от вершины A. В прямоугольнике медианы равны $AC = BD = 24$ см. Отсюда отрезок $AM = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC = 8$ см.

Часть 3



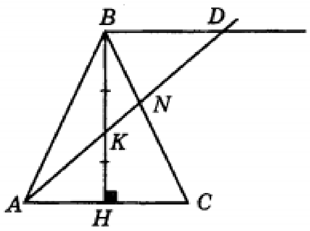
13. Решение. Так как $AC \perp BD$, то треугольники AOB, AOD, BOC и DOC — прямоугольные. Поэтому по теореме Пифагора:

$AB^2 = AO^2 + BO^2$, $BC^2 = OC^2 + BO^2$,

$CD^2 = OC^2 + OD^2$, $AD^2 = OC^2 + OD^2$.

Отсюда, $AB^2 + CD^2 = AO^2 + BO^2 + OC^2 + OD^2$ и $BC^2 + AD^2 = BO^2 + OC^2 + AO^2 + OD^2$, т.е. $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$, что и требовалось доказать.

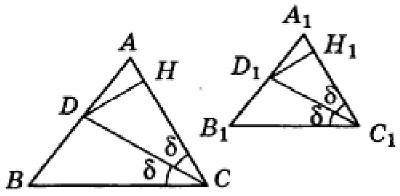
14. Ответ: 1 : 2.



Решение. Углы DAC и ADB равны как накрест лежащие при параллельных AC и BD и секущей AD. Так как прямые AC и BD параллельны, то треугольники KAH и KDB — прямоугольные (BH — высота равнобедренного треугольника ABC) и равны по катету ($KH = KB$, K — середина высоты BH) и острому углу ($\angle HKA = \angle BKD$ как вертикальные). Следовательно, $BD = AH = \frac{1}{2}AC$ по свойству высоты равнобедренного треугольника.

Кроме того, треугольники ANC и DNB подобны по двум углам: углы DAC и FDB равны по доказанному, углы ANC и DNB равны, как вертикальные. Следовательно, $\frac{BN}{NC} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{2}$, т. е. $BN : NC = 1 : 2$.

15. Ответ: 3 : 2.



<u>Решение</u>. По условию треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны AB и A_1B_1 сходственные, значит, $\frac{AB}{A_1B_1} = k$; $AB = k\,A_1B_1$. Кроме того, $CD = \frac{2}{3}AB = \frac{2kA_1B_1}{3}$. Проведем в треугольниках ACD и $A_1C_1D_1$ высоты BH и B_1H_1.

Треугольник HCD — прямоугольный, в котором BH — катет, а CD — гипотенуза, значит, $DH = CD\cdot\sin\delta$; $S_{ADC} = \frac{1}{2}AC\cdot DH = SAC\cdot CD\cdot\sin\delta$. Аналогично $S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}BC\cdot CD\cdot\sin\delta$. Отсюда $S_{ABC} = S_{ADC} + S_{BDC} = \frac{1}{2}CD\cdot\sin\delta\cdot(AC + BC)$. Аналогично находим $S_{A_1B_1C_1} = S_{A_1D_1C_1} + S_{B_1D_1C_1} = \frac{1}{2}C_1D_1\cdot\sin\delta\cdot(A_1C_1 + B_1C_1)$. Так как треугольники подобны, то $AC + BC = k(A_1C_1 + B_1C_1)$. По теореме об отношении площадей подобных фигур $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$; $\frac{\frac{1}{2}CD\cdot\sin\delta(AC+BC)}{\frac{1}{2}C_1D_1\cdot\sin\delta(A_1C_1+B_1C_1)} = \frac{\frac{2kA_1B_1}{3}k(A_1C_1+B_1C_1)}{C_1D_1(A_1C_1+B_1C_1)} = \frac{2k^2A_1B_1}{3C_1D_1} = k^2$; $\frac{2A_1B_1}{3C_1D_1} = 1$;

$\frac{A_1B_1}{C_1D_1} = \frac{3}{2}$.